

# Štátna nivelačná sieť

Ing. Michal Hudec, Ing. Dušan Ferianc

Odbor geodetických základov, Geodetický a kartografický ústav Bratislava,  
Chlumeckého 4, 827 45 Bratislava,

[hudec@gku.sk](mailto:hudec@gku.sk), [ferianc@gku.sk](mailto:ferianc@gku.sk)

**Abstrakt.** Štátna nivelačná sieť je špecializovanou geodetickou sieťou v ktorej sa technológiou presnej digitálnej nivelácie určujú normálne výšky geodetickým bodom zaradených do geodetických základov Slovenska. Normálne výšky sú vedené Baltskom výškovom systéme po vyrovnaní (Bpv) a v Amsterdamskom výškovom systéme (Ams), ktorý je odporúčaný na jednotné výškové práce v rámci Európy.

## 1 Úvod

Po vzniku samostatnej Slovenskej republiky bolo potrebné riešiť aj nové usporiadanie geodetických základov. Už v tej dobe bola pripravovaná koncepcia modernizácie geodetických základov (GZ), v ktorej sa uvažovalo o vytvorení nových špecializovaných sietí. Návrh novej siete pod názvom Štátna nivelačná sieť (ŠNS) bol vypracovaný v rokoch 1994 - 1996, pričom sa vychádzalo z ťahov I. – III. rádu Československej jednotnej nivelačnej siete (ČSJNS) a I. a II. rádu opakovaných nivelácií (ON).

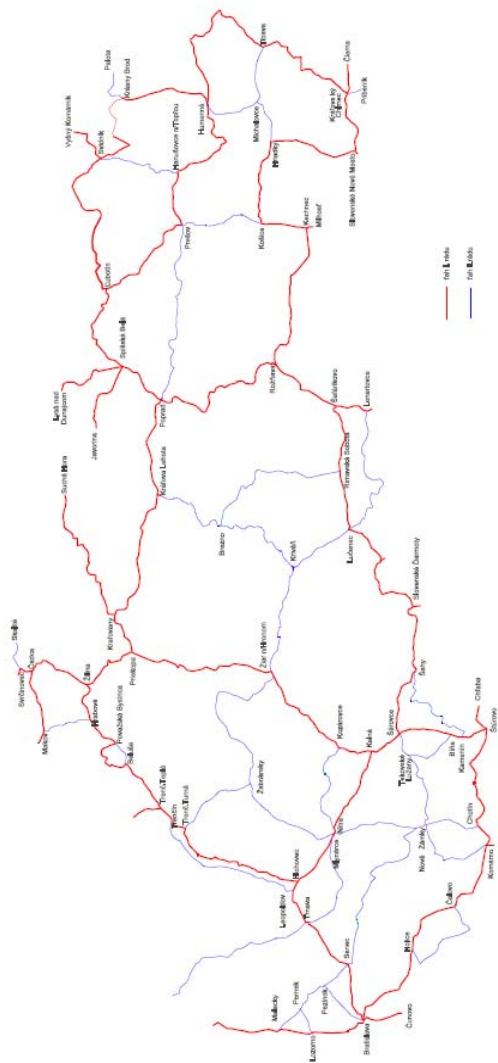
V rokoch 1994 až 1995 bola v rámci prípravných prác uskutočnená fyzická prehliadka všetkých nivelačných bodov na ťahoch I. – III. rádu ČSJNS, pri ktorej boli body zakresľované aj do máp mierky 1 : 10 000. Vlastné práce na zriadení ŠNS začali v roku 1996.

## 2 Niveláčn é siete na území SR

Na území Slovenska bol najdlhšie platný Jadranský výškový systém, približne od 80-tych rokov 19. storočia, a prešiel niekoľkými epochami. Tie boli po vzniku ČSR aj rozlišované podľa referenčného východiskového bodu. Od roku 1918 to bol pre Slovensko jadranský výškový systém – Strečno. V období 2. svetovej vojny územie Slovenska zotrvalo pri jadranskom systéme, aj keď došlo k prepočtu výšok na systém označovaný Normall – Null (N.N.) s nulovým bodom v Amsterdame [1].

Po roku 1945 sa začala v jadranskom systéme plánovať budovať Československá jednotná nivelačná sieť (ČSJNS), ktorá pozostávala z ťahov I. až III. rádu. Hoci táto

sieť bola budovaná podľa vtedajších moderných zásad, jej cieľ bol



Obr. 1 Schéma nivelačných ťahov ON

výlučne technický – mala slúžiť ako podklad pre mapovania všetkých druhov a pre výstavbu technických diel. Pre vedecké účely nebola vhodná, pretože jadranský systém používal normálne ortometrické výšky, ktoré mali len približný charakter. Ťahy boli vedené po najvýznamnejších cestách. V 1957 bol I. rád ČSJNS vyrovnaný

v rámci súborného vyrovnania nivelačných sietí vtedajších európskych socialistických štátov a prevedení do Baltského výškového systému – Balt po vyrovnaní (Bpv). Tieto siete však neboli homogénne, mali rozdielne dĺžky ťahov, boli merané podľa rôznych kritérií v rôznych časových obdobiach. Charakteristickou črtou pre systém Bpv je zavedenie normálnych výšok, čím získala ČSJNS vedeckú úroveň [2]. Súčasťou ČSJNS bolo aj jedenásť základných nivelačných bodov (ZNB) rozmiestnených po celom území Slovenska v približne 100 km odľahlosti.

V roku 1961 sa začali práce na zhutšťovaní a skvalitňovaní stabilizácií bodov v sieti pre projekt opakovaných nivelácií na území Slovenska. Táto sieť ON vznikla z ČSJNS, výberom vhodných ťahov a bola rozdelená na I. a II. rád, ktorý nebol totožný s I. a II. rádom ČSJNS (obr.1) [3]. Celá sieť opakovaných nivelácií I. rádu bola opätovne zameraná v r. 1973 – 1978 (2. čs. opakovaná nivelácia) a výsledky meraní boli odoslané do moskovského súborného vyrovnania nivelačnej siete vtedajších európskych socialistických štátov. Výsledkom bol spresnený výškový systém Balt83. Priemerný rozdiel výšok oboch systémov na území Slovenska bol - 47mm (1983 mínus 1957).

Pôvodnú ČSJNS bolo nutné po rozdelení republík zmodernizovať – pre jej členenie (počet rádov, označenie polygónov, trasy, označenie ťahov, číslovanie bodov), ale aj pre možnosť uplatnenia nových technológií na meranie a spracovanie meraní.

Nová nivelačná sieť dostala označenie Štátna nivelačná sieť (ŠNS). Trasy ťahov I. rádu ŠNS vedú po trasách I. a II. rádu opakovaných nivelácií a po trasách I. rádu ČSJNS. Boli vytvorené aj nové ťahy I. rádu ŠNS, ktoré pozostávajú z ťahov I., II. aj III. rádu ČSJNS. Druhé (2.) rády ŠNS boli vytvorené zo zvyšných ťahov všetkých rádov ČSJNS (obr. 2). Systém označenia polygónov a ťahov a číslovania bodov je popísaný v [4].

V prvej etape nivelačných prác bol zameraný 1. rád ŠNS. Meračské práce na ťahoch začali na jeseň v roku 1996. V rámci projektu European United Vertical Network (EUVN) pokračovali v roku 1997 práce meraním prvých rádov, ktoré spájajú tri geodynamické body navrhnuté do projektu EUVN. V rámci medzinárodnej GPS kampane sa okrem merania na bodoch Strečno, Kamenica nad Hronom a Kvetnica zaradených aj do geodynamickkej siete SGRN, vykonalo i GPS meranie na ďalších bodoch. V ďalších rokoch postupovalo meranie na ťahoch I. rádu ŠNS smerom od západu na východ. Meranie bolo dokončené v roku 2002. Sieť ťahov I. rádu ŠNS bola zameraná v rokoch 1996 – 2002. Ide o 68 nivelačných ťahov v dĺžke 3787 km (Tab. 1), v rámci ktorých bolo zameraných 11 035 bodov geodetických základov. Z toho bolo 410 bodov určených v ďalších špecializovaných sieťach – Štátnej gravimetrickej sieti (ŠGS), Štátnej priestorovej sieti (ŠPS), Štátnej trigonometrickej sieti (ŠTS) a hraničné kamene (HK). Meranie bolo náročné hlavne pre neustále sa zhutšťujúcu premávku na cestách.

Na meranie ťahov I. rádu ŠNS boli použité digitálne nivelačné prístroje Wild (Leica) NA3000 a NA3003 a Zeiss DiNi11 a s kódové nivelačné laty. Na meranie bola použitá metóda „Presnej digitálnej nivelácie“ [4] s kritériom presnosti  $\rho \leq 1,5\sqrt{R}$ . Na vedenie a záznam nivelačného merania sa používalo softvérové vybavenie. Merané údaje z nivelačných prístrojov sa prenášali priamo káblom do prenosného počítača (Targa Traveller), v ktorom bol spustený softvér na vedenie, kontrolu a predspracovanie nivelačného merania. Okrem záznamu údajov

z nivelačných lát sa automaticky zapisoval čas merania a merač bol vyzývaný na vloženie hodnôt z dotykových digitálnych teplomerov umiestnených na invarových pásoch. Komparácia kódových nivelačných lát bola zabezpečovaná v laboratóriu Katedry geodézie Mnichovskej technickej univerzity v ročnej perióde.

Tab. 1

| <i>rok merania</i> | <i>hlavný ťah<br/>[km]</i> | <i>celý ťah<br/>[km]</i> |
|--------------------|----------------------------|--------------------------|
| 1996               | 85,635                     | 92,018                   |
| 1997               | 875,801                    | 928,643                  |
| 1998               | 292,849                    | 318,025                  |
| 1999               | 721,889                    | 809,673                  |
| 2000               | 610,801                    | 722,574                  |
| 2001               | 725,288                    | 858,152                  |
| 2002               | 33,043                     | 34,557                   |
| $\Sigma$           | <b>3345,305</b>            | <b>3763,642</b>          |

### 3 Súborné vyrovnanie ťahov 1. rádu ŠNS

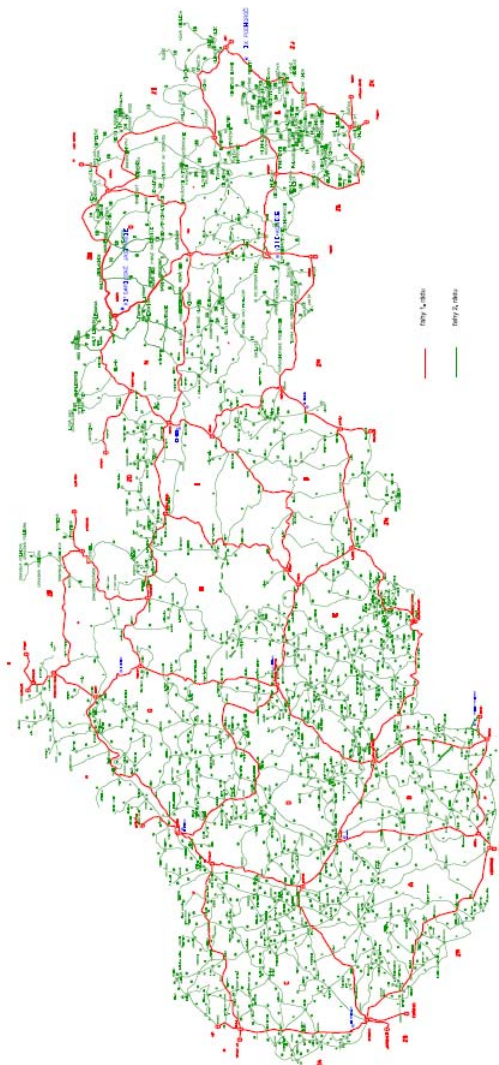
Súčasnú počítačskú vybavenie nie je zrovnateľné s tým, v ktorom sa realizovali predchádzajúce spracovania a vyrovnania ČSJNS. Dnes počítačová technika a softvérové vybavenie umožňuje komplexnú prácu s údajmi. Výsledkom nivelačných meraní sú už údajové súbory, ktoré sú tvorené pre každú evidenčnú jednotku, nivelačný ťah.

Každý nivelačný ťah bol najprv spracovaný samostatne programom VLS, resp. WNS. Po zavedení latových opráv (z rozťažnosti invarového pásu, podľa výsledkov laboratórnej komparácie) bola pre každý bod interpolovaná Bouguerova anomália (z gravimetrickej databanky), vypočítané redukcie z tiaže ( $C_q$ ) a geopotenciálne diferencie. Na vybraných bodoch ŠGS (Štátnej gravimetrickej siete), kde bola meraná a vypočítaná hodnota tiaže, sa tá použila pri výpočte  $C_q$  a geopotenciálnych diferencií miesto hodnoty Bouguerovej anomálie. Nasledovalo predbežné (voľné) vyrovnanie ťahu na jeden bod a porovnanie s predchádzajúcim meraním. Tu treba poznamenať, že na ťahoch meraných prístrojom DiNi 11 (asi 656 km) neboli počítané opravy z rozťažnosti invarového pásu, nakoľko programy na zber údajov ani na spracovanie neboli tomuto prispôsobené. Takto pripravené údajové súbory boli základom pre vyrovnanie ŠNS.

Pre prehľadnosť sú hodnoty kritérií presnosti merania jednotlivých ťahov ( $\Sigma\rho$  a  $m_0$ ) a ich krajné hodnoty v milimetroch sú v Tab. 2. Uzávery polygónov bez zavedených redukcií z tiaže a so zavedenými sú v Tab. 3 a Tab. 4.

Nulté ucelené vyrovnanie zameranej časti siete bolo už v r. 1999, kedy sa k meraným ťahom 1. rádu pripojili aj ťahy merané v lokalite Vysokých Tatier (10 ťahov 2. rádu ŠNS + 2 ťahy III. rádu ČSJNS). Tieto ťahy 2. rádu ŠNS boli merané v roku 1998 a v nich sa nivelačne pripájali body, ktoré boli merané GPS v rámci lokálnej geodetickej siete (LGS) Tatry. Ako referenčný bod pre vyrovnanie bol

určený bod EH-5 (s názvom V. Piteľová, ZNB), pričom bolo prihliadnuté na metódu a presnosť merania ťahov.



Obr. 2 Schéma hustoty 1. a 2. rádu ŠNS

Po domeraní ťahov 1. rádu ŠNS a ich štandardnom spracovaní sme prikrčili k definovaniu úloh pre vyrovnanie celej siete a to vo viacerých variantoch (úlohách):

- 1) SNS-VYR1 - referenčný bod V. Pitelová; disperzia neznáma; Bpv
- 2) SNS-VYR2 - referenčný bod V. Pitelová; disperzia známa; Bpv
- 3) SNS-VYR3 - 11 referenčných bodov (ZNB), disperzia neznáma; Bpv
- 4) SNS-VYR4 - 11 referenčných bodov (ZNB), disperzia známa; Bpv
- 5) SNS-VYR5 - 8 referenčných bodov, disperzia známa, vynechané body ZNB IV., IX., XI.
- 6) SNS-VYR6 - referenčný bod AZR-500 (Bratislava); disperzia známa (umiestnený excentricky)
- 7) SNS-VYR7 - referenčný bod V. Pitelová; disperzia známa; Bpv83

Pri variantoch vyrovnania 1) až 6) boli pre referenčné body nasadené platné výšky Bpv z ČSJSN.

Do súborného vyrovnania nivelačných sietí štátov bývalého východného bloku vstupovala slovenská časť ČSJSN s meraniami siete 2. ON z rokov 1973-1981. Výsledky vyrovnania, katalóg uzlových bodov, ktoré poskytlo moskovské centrum dostali označenie Bpv83. Na základe analýz výšok systému Bpv83 a pôvodného vyrovnania z roku Bpv (1957), môžeme konštatovať rozdiely vo výškach in porovnávaných bodoch v rozsahu od -3,1 mm do -97,9 mm. Vzťah oboch systémov je odvodený na priemernú hodnotu -47 mm. Pri variante vyrovnania 7) bola nasadená výška referenčného bodu V. Pitelová v Bpv83. Keďže nivelačný ťah SDH Žiar nad Hronom – Kriváň v ktorom sa nachádza referenčný bod – V. Pitelová nebol súčasťou moskovského súborného vyrovnania, bolo potrebné výšku referenčného bodu v Bpv83 dopočítať. Na výpočet boli použité merania na ťahoch ČSJSN a to: SCD, SDH, SCH, SGH a ZNBXVI z rokov 1974 a 1975. Vypočítaná výška bodu V. Pitelová v systéme Bpv83 je o -39,58 mm menšia než v systéme Bpv. O túto hodnotu boli posunuté výšky bodov celej ŠNS pri súbornom vyrovnaní v systéme Bpv83 vo variante 7) oproti 2).

Tab. 2

| Ťah        | L (km)<br>hlavné<br>ťahy | $\Sigma\rho$<br>(mm) | $\Sigma\rho_{max}$ | $n_r$ | $m_0$ | $m_{0max}$ |
|------------|--------------------------|----------------------|--------------------|-------|-------|------------|
| <b>AB</b>  | 75,784                   | 1,39                 | 26,12              | 326   | 0,47  | 0,44       |
| <b>AC</b>  | 87,813                   | 15,76                | 28,11              | 290   | 0,41  | 0,44       |
| <b>AD</b>  | 32,010                   | 8,24                 | 15,12              | 126   | 0,41  | 0,46       |
| <b>AZP</b> | 9,267                    | 6,19                 | 6,62               | 32    | 0,35  | 0,53       |
| <b>AZR</b> | 128,666                  | 13,62                | 34,03              | 370   | 0,45  | 0,44       |
| <b>BD</b>  | 45,675                   | -3,62                | 19,17              | 171   | 0,36  | 0,45       |
| <b>BZO</b> | 61,617                   | 4,34                 | 23,55              | 195   | 0,42  | 0,45       |
| <b>BZP</b> | 55,724                   | 12,50                | 22,39              | 170   | 0,41  | 0,45       |
| <b>CD</b>  | 51,222                   | 13,94                | 21,47              | 182   | 0,39  | 0,45       |

|            |         |       |       |     |      |      |
|------------|---------|-------|-------|-----|------|------|
| <b>CZA</b> | 63,207  | 5,12  | 23,85 | 205 | 0,43 | 0,45 |
| <b>CZC</b> | 94,797  | 43,02 | 29,21 | 271 | 0,42 | 0,44 |
| <b>DE</b>  | 69,770  | 31,54 | 25,06 | 253 | 0,38 | 0,44 |
| <b>DG</b>  | 135,701 | 15,39 | 34,95 | 471 | 0,40 | 0,43 |
| <b>DZC</b> | 24,266  | 4,88  | 12,57 | 92  | 0,39 | 0,47 |
| <b>EF</b>  | 32,798  | 5,60  | 15,37 | 105 | 0,39 | 0,47 |
| <b>EH</b>  | 56,237  | 4,24  | 22,50 | 205 | 0,47 | 0,45 |
| <b>EZN</b> | 62,536  | 0,52  | 23,72 | 219 | 0,40 | 0,45 |
| <b>EZO</b> | 94,900  | 12,20 | 29,22 | 298 | 0,40 | 0,44 |
| <b>FH</b>  | 8,253   | 0,06  | 6,13  | 28  | 0,45 | 0,53 |
| <b>FI</b>  | 106,643 | 8,50  | 30,98 | 354 | 0,40 | 0,44 |
| <b>FJ</b>  | 56,550  | 2,19  | 22,56 | 209 | 0,40 | 0,45 |
| <b>FZM</b> | 39,306  | 10,78 | 17,34 | 137 | 0,45 | 0,46 |
| <b>FZN</b> | 65,581  | 12,60 | 24,29 | 195 | 0,37 | 0,45 |
| <b>GH</b>  | 77,638  | 10,17 | 26,43 | 286 | 0,42 | 0,44 |
| <b>GM</b>  | 30,981  | 7,52  | 14,80 | 139 | 0,66 | 0,46 |
| <b>GZD</b> | 104,995 | -7,70 | 30,74 | 313 | 0,44 | 0,44 |
| <b>HI</b>  | 91,057  | 47,97 | 28,63 | 352 | 0,46 | 0,44 |
| <b>HM</b>  | 45,083  | 29,30 | 19,00 | 154 | 0,46 | 0,46 |
| <b>HZG</b> | 53,579  | 26,33 | 21,96 | 186 | 0,35 | 0,45 |
| <b>IJ</b>  | 29,705  | 6,63  | 14,39 | 122 | 0,36 | 0,46 |
| <b>IZG</b> | 51,058  | 2,32  | 21,44 | 158 | 0,46 | 0,46 |
| <b>JK</b>  | 42,299  | 4,31  | 18,21 | 113 | 0,41 | 0,47 |
| <b>JN</b>  | 104,928 | 15,55 | 33,37 | 289 | 0,59 | 0,44 |
| <b>JZL</b> | 25,380  | -2,06 | 12,95 | 65  | 0,60 | 0,49 |
| <b>JZM</b> | 83,292  | 17,18 | 27,38 | 235 | 0,38 | 0,45 |
| <b>KL</b>  | 52,642  | -1,55 | 21,77 | 173 | 0,36 | 0,45 |
| <b>KO</b>  | 73,697  | 38,06 | 25,75 | 195 | 0,41 | 0,45 |
| <b>KZI</b> | 89,797  | 13,83 | 28,43 | 262 | 0,37 | 0,44 |
| <b>KZL</b> | 48,728  | -1,56 | 20,01 | 145 | 0,39 | 0,46 |
| <b>LZI</b> | 54,259  | 12,01 | 22,10 | 161 | 0,40 | 0,46 |
| <b>LZJ</b> | 91,419  | 25,99 | 28,68 | 274 | 0,40 | 0,44 |
| <b>LZL</b> | 75,606  | 24,25 | 26,09 | 250 | 0,45 | 0,44 |
| <b>MZD</b> | 28,041  | 10,93 | 13,84 | 98  | 0,54 | 0,47 |
| <b>MZF</b> | 85,635  | 29,10 | 27,76 | 244 | 0,57 | 0,45 |
| <b>MZG</b> | 58,327  | 13,28 | 22,91 | 190 | 0,42 | 0,45 |

|             |          |       |       |                     |      |      |
|-------------|----------|-------|-------|---------------------|------|------|
| <b>NO</b>   | 52,136   | 6,70  | 21,66 | 190                 | 0,51 | 0,45 |
| <b>NZG</b>  | 27,200   | -1,07 | 13,57 | 99                  | 0,39 | 0,47 |
| <b>NZH</b>  | 51,200   | 3,76  | 21,47 | 168                 | 0,38 | 0,45 |
| <b>OZH</b>  | 85,377   | 19,35 | 27,72 | 267                 | 0,42 | 0,44 |
| <b>ZAZB</b> | 7,102    | 0,59  | 5,54  | 34                  | 0,30 | 0,52 |
| <b>ZAZS</b> | 8,645    | 10,60 | 6,32  | 29                  | 1,05 | 0,53 |
| <b>ZBZC</b> | 13,176   | 3,35  | 8,37  | 48                  | 0,46 | 0,50 |
| <b>ZCZD</b> | 26,689   | -0,94 | 13,40 | 93                  | 0,40 | 0,47 |
| <b>ZDZE</b> | 3,770    | -0,31 | 3,63  | 14                  | 0,45 | 0,59 |
| <b>ZDZF</b> | 14,926   | 3,12  | 9,09  | 59                  | 0,51 | 0,49 |
| <b>ZEZF</b> | 18,102   | 1,64  | 10,34 | 63                  | 0,45 | 0,49 |
| <b>ZFZG</b> | 23,616   | 4,80  | 12,35 | 95                  | 0,41 | 0,47 |
| <b>ZGZH</b> | 41,659   | 8,25  | 18,03 | 139                 | 0,47 | 0,46 |
| <b>ZHZI</b> | 22,111   | -2,58 | 11,82 | 70                  | 0,37 | 0,48 |
| <b>ZIZJ</b> | 3,653    | 1,20  | 3,56  | 19                  | 0,51 | 0,56 |
| <b>ZJZK</b> | 12,947   | 1,28  | 8,27  | 37                  | 0,36 | 0,52 |
| <b>ZKZL</b> | 10,124   | 4,84  | 7,02  | 27                  | 0,35 | 0,54 |
| <b>ZLZM</b> | 4,715    | -2,68 | 4,22  | 15                  | 0,49 | 0,58 |
| <b>ZMZN</b> | 17,854   | 5,06  | 10,25 | 70                  | 0,32 | 0,48 |
| <b>ZNZO</b> | 0,470    | 0,36  | 0,91  | 3                   | 0,33 | 0,81 |
| <b>ZOZP</b> | 18,966   | 14,87 | 10,67 | 82                  | 0,56 | 0,48 |
| <b>ZPZR</b> | 1,024    | 0,17  | 1,52  | 4                   | 0,09 | 0,76 |
| <b>ZRZS</b> | 23,374   | 11,01 | 12,26 | 69                  | 0,39 | 0,49 |
|             | 3345,305 |       |       | $m_{\text{opriem}}$ | 0,44 |      |

Ďalej boli spracované varianty:

- 8) SNS-VYR8 - všetky ťahy I. rádu ŠNS (1 bod, disperzia známa) referenčný bod – V. Piteľova doplnené merané tiaže do \*.fnb a prepočítané Cq
- 9) SNS-VYR9 - všetky ťahy I. rádu ŠNS (1 bod, disperzia známa) referenčný bod – V. Piteľova Bpv83, výška referenčného bodu vypočítaná ťahovým vyrovnaním, doplnené merané tiaže do \*.fnb a prepočítané Cq.

Pri porovnaní jednotlivých variantov vidíme, že úlohy č. 1) a 3) (v definícii úlohy sme zadali „disperzia neznáma“) majú odhad smerodajnej odchýlky úlohy  $\sigma = 0,70$  mm/km, teda väčší ako ostatné ( $\sigma = 0,47$  mm/km). Stredné chyby vyrovnaných výšok sú vo všetkých úlohách zhruba rovnaké (do 7 mm/km), vo variante 6) vyše 8 mm/km.

Tab. 3

Tab. 4



| polygón  | u (mm) | L (km)   | $\pm u_{\max}$ (mm) |
|----------|--------|----------|---------------------|
| A        | 29,95  | 333,540  | 36,53               |
| B        | -10,78 | 238,800  | 30,91               |
| C        | -40,31 | 297,039  | 34,47               |
| D        | 31,48  | 358,644  | 37,88               |
| E        | -40,71 | 316,241  | 35,57               |
| F        | -26,17 | 309,131  | 35,16               |
| G        | -44,66 | 349,315  | 37,38               |
| H        | 33,55  | 331,847  | 36,43               |
| I        | -20,22 | 278,463  | 33,37               |
| J        | 12,48  | 342,154  | 36,99               |
| K        | 33,99  | 307,163  | 35,05               |
| L        | 17,57  | 273,926  | 33,10               |
| M        | -15,31 | 248,067  | 31,50               |
| N        | 2,47   | 235,464  | 30,69               |
| O        | 39,80  | 211,210  | 29,07               |
| $\Sigma$ | 3,13   | 295,400  |                     |
| Obvod    | 3,13   | 1713,760 | 82,80               |

| polygón  | u (mm) | L (km)   | $\pm u_{\max}$ (mm) |
|----------|--------|----------|---------------------|
| A        | 28,27  | 333,540  | 36,53               |
| B        | -8,47  | 238,800  | 30,91               |
| C        | -43,35 | 297,039  | 34,47               |
| D        | 39,98  | 358,644  | 37,88               |
| E        | -45,73 | 316,241  | 35,57               |
| F        | -30,38 | 309,131  | 35,16               |
| G        | -43,96 | 349,315  | 37,38               |
| H        | 32,01  | 331,847  | 36,43               |
| I        | -21,91 | 278,463  | 33,37               |
| J        | 4,87   | 342,154  | 36,99               |
| K        | 32,02  | 307,163  | 35,05               |
| L        | 18,75  | 273,926  | 33,10               |
| M        | -8,80  | 248,067  | 31,50               |
| N        | 0,18   | 235,464  | 30,69               |
| O        | 38,03  | 211,210  | 29,07               |
| $\Sigma$ | -8,49  | 295,400  |                     |
| Obvod    | -8,49  | 1713,760 | 82,80               |

Ak porovnáme vypočítané výšky medzi jednotlivými variantmi vidíme, že výšky v úlohách 1) a 2) sú takmer rovnaké, takisto ako vyrovnané výšky v úlohách 3), 4) a 5) (porovnávané sú výšky na vzdialených uzlových bodoch). Výšky medzi týmito skupinami úloh sa líšia o max. 32 mm. Výšky v úlohe 6) sa od ostatných líšia aj o 77 mm. V Tab. 5 vidieť hodnoty  $\delta h$ , čo je vyrovnaný prírastok k približnej výške.

Tab. 5

| Variant  | 1)        |            | 2)        |            | 3)        |            |
|----------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|
| Bod      | H         | $\delta h$ | H         | $\delta h$ | H         | $\delta h$ |
| AZR-500  | 141,09302 | -34        | 141,09281 |            | 141,12537 |            |
| JN-500   | 672,06067 | +17        | 672,06068 |            | 672,04519 |            |
| ZHZI-500 | 230,20541 | +7         | 230,20543 |            | 230,18205 |            |
| GM-500   | 332,48326 | +21        | 332,48246 |            | 332,46622 |            |
| LZJ-500  | 103,08369 | +7         | 103,08370 |            | 103,06495 |            |
| Variant  | 4)        |            | 5)        |            | 6)        |            |
| Bod      | H         | $\delta h$ | H         | $\delta h$ | H         | $\delta h$ |
| AZR-500  | 141,12537 | -2         | 141,12476 |            | 141,1272  | 0          |
| JN-500   | 672,04511 | +1         | 672,04511 |            | 672,10014 | +56        |
| ZHZI-500 | 230,18204 | -16        | 230,18265 |            | 230,26722 | +69        |
| GM-500   | 332,46379 | +2         | 332,46379 |            | 332,53900 | +77        |
| LZJ-500  | 103,06495 | -12        | 103,06727 |            | 103,13291 | +56        |

Z tabuľky vidieť, že najmenej vhodný spôsob vyrovnanie siete by bol na jeden referenčný bod niekde na jej okraji. Vtedy vzrastajú jednak stredné chyby vyrovnaných výšok, aj vyrovnané prírastky k približnej výške  $\delta h$ .

Podľa veľkosti hodnôt prírastkov  $\delta h$  by sa ako najvhodnejšia metóda vyrovnania bol ukazoval jeden z variantov 3), 4), 5), teda vyrovnanie na všetky (alebo väčšinu) bývalých základných nivelačných bodov. Tu by však boli nové kvalitné merania zrejme deformované a „napasované“ na pôvodné výšky siete.

Po analýzach variantov spracovania zostala ako najvhodnejšia úloha 2) – vyrovnanie celej siete na jeden referenčný bod približne v jej strede. Bod V. Pitelová sa ukázal ako najvhodnejší kandidát na túto úlohu. V Tab. 6 sú štatistické údaje z hlavičky protokolu vyrovnania variantu 2).

Tab. 6

| WNS 2.0 (c) MaKlo 1994-2006   |   |
|---|---|
| GKU 212   |   |
| P R O T O K O L V Y R O V N A N I A N I V E L A C N E J S I E T E . |   |
| Oznacenie etapy   | :SNS 1996-2002                              |
| nazov etapy   | :1. rad SNS - suborne vyrovnanie            |
| den   | :0  |
| mesiac  | :0  |
| rok   | :2002                                       |
| pocet skupin realizacii   | :70   |
| Zdroj ulohy   | :SNS-VYR2.ULH                               |
| Struktura siete   | :D:\1997\GM\gm.fns                          |
| Body siete  | :D:\1997\GM\gm.FNB                          |
| Namerane udaje  | :AB.FNR                                     |
| Odhad smerodajnej odchylky ulohy.....                               | $\sigma = 0.48$ [mm] na 1 km                |
|   | $\Sigma p_{vv} = 2641.8$ [mm <sup>2</sup> ] |
|   | $\Sigma v = -92.7$ [mm]                     |
| Pocet neznomych parametrov.....                                     | <b>10946</b>                                |
| Pocet nameranych prevyseni.....                                     | <b>22273</b>                                |
| Pocet kritickych merani a omylov.....                               | <b>0</b>                                    |
| Pocet nadbytocnych merani.....                                      | <b>11327</b>                                |
| Vahy merania v zavislosti na dlzke oddielu....                      | <b>R</b>                                    |
| Disperzia merania a pomer.....                                      | <b>znamy</b>                                |
| Oprava z redukcie tiaze Cq zavedena.....                            | <b>a</b>                                    |
| Hladina vyznamnosti ..... $\alpha$                                  | <b>97.72</b>                                |
| (1- $\alpha$ /2)-kvantil norm. rozdelenia.....t(1- $\alpha$ /2)     | <b>2.0</b>                                  |
| Pocet uzlovych bodov.....   | <b>74</b>                                   |
| Pocet pripojovacich bodov.....                                      | <b>1</b>                                    |
| Pocet novych (urcovanych)uzlovych bodov.....                        | <b>73</b>                                   |
| Pocet tahov nivelacnej siete.....                                   | <b>68</b>                                   |

Zároveň s ťahmi 1. rádu ŠNS sa merali aj vybrané ťahy 2. rádu, ktoré tvoria Zvláštne nivelačné siete a sú nimi výškovo pripojení body B triedy Štátnej priestorovej siete (ŠPS) predtým označované SGRN (SLOVGERENET). V roku 1998 boli nivelačne pripojené body patriace do Lokálnej geodetickej siete (LGS) Vysoké Tatry. V roku 1998 bola meraná ZNS Jaslovské Bohunice, v roku 2002 ZNS Bratislava a ZNS Východoslovenská nížina.

Od roku 2003 sa merajú ťahy 2. rádu. Tieto sa priebežne vyrovnávajú v rámci oblasti 1.rádu. Práce v ŠNS pokračujú v súčasnosti meraním vybraných ťahov 2. rádu do ktorých sú pripájané okrem pôvodných bodov ČSJNS ďalšie body CZ, najmä tých ktoré sú už určené v ŠPS a ŠGS.

## 4 Vyrovnanie geopotenciálnych kót

Slovensko sa taktiež zapojilo do medzinárodných projektov. Jedným z nich je aj Jednotná európska nivelačná sieť (United European Leveling Network - UELN), ktorá spája nivelačné siete európskych krajín. Do tohoto projektu sme sa zapojili v roku 1994 poskytnutím údajov do spracovateľského centra z opakovaných nivelačných meraní I. rádu nivelačnej siete ČSJNS, ktoré boli zostavené po trasách plánovaných ťahov 1. rádu ŠNS. Údaje boli spracované v etape označenej UELN-95/98. Sieť UELN je charakterizovaná geopotenciálnymi kótami a normálnymi výškami s výškovým referenčným bodom Amsterdam. Do vyrovnania UELN vstúpili ako merané veličiny geopotenciálne rozdiely. Výsledkom zo spracovateľského centra bol zoznam 52 uzlových bodov s vyrovanými geopotenciálnymi kótami a vyrované geopotenciálne rozdiely medzi uzlovými bodmi.

Po domeraní ťahov 1. rádu ŠNS sme mohli prikróčiť aj k výpočtu geopotenciálnych kót všetkých bodov 1. rádu. Zo spracovania geopotenciálnych rozdielov v rámci UELN95/98 zostalo 37 identických nivelačných bodov s vyrovanou geopotenciálnou kótou, ktoré boli použité ako referenčné body pre výpočet vyrovaných geopotenciálnych kót bodov 1. rádu ŠNS.

Na vybraných bodoch 1. rádu ŠNS boli vykonané gravimetrické merania. Meranie bolo dokončené v roku 2006. Po spracovaní nameraných údajov boli hodnoty tiaže doplnené do zoznamov bodov a vypočítané geopotenciálne diferencie pre jednotlivé ťahy. Potom boli zadefinované a spustené dve varianty úlohy vyrovnania geopotenciálnych kót:

1. ako referenčné boli nasadené zachované identické body z vyrovnania UELN 95/98 (37 bodov)
2. ako referenčný bol nasadený identický bod z vyrovnania UELN 95/98 najbližšie k bodu V. Piteľová a to GH-502.

V Tab. 7 sú štatistické údaje z hlavičky protokolu vyrovnania prvého variantu.

## 5 Vyrovnanie bodov 1.rádu ŠNS v Ams

Na základe odporúčania EUREF bol zatiaľ iba 1. rád ŠNS vyrovaný aj v Amsterdamskom výškovom systéme (Ams). Bol urobený prevod geopotenciálnych kót z vyrovnania UELN95/98 na 37 bodoch na normálne Molodenského výšky v Ams. Z porovnania vyplýva, že priemerná hodnota rozdielu výšok Bpv – Ams je pre územie Slovenska 138 mm. Približne táto hodnota je uvádzaná v zahraničných prácach zaoberajúcich sa touto problematikou. Pokračovalo vyrovanie ťahov 1. rádu ŠNS v Ams v dvoch variantoch:

1. ako referenčné bolo nasadených 37 identických bodov z vyrovnania UELN 95/98
2. ako referenčný bol nasadený identický bod z vyrovnania UELN 95/98 najbližšie k V. Piteľová, GH-502.

Tab. 7

P R O T O K O L V Y R O V N A N I A G E O P O T E N C I A L N Y C H R O Z D I E L O V .

|  |                                  |                     |
|--|----------------------------------|---------------------|
| Oznacenie etapy  | :SNS 1996-2002                   |                     |
| nazov etapy  | :UELN - suborne vyrovnanie 1.rad |                     |
| rok  | :2007                            |                     |
| počet skupin realizácii  | :70                              |                     |
| Zdroj ulohy  | :UELN_1.ULH                      |                     |
| Struktura siete  | :D:\1997\GM\gm.fns               |                     |
| Body siete   | :D:\1997\GM\gm.FNB               |                     |
| Namerane udaje   | :AB.FNR                          |                     |
| Odhad smerodajnej odchylky ulohy.....                            | $\sigma = 0.72$                  | [ugp] na 1          |
| km   |                                  |                     |
|  | $\Sigma v = 5838.8$              | [ugp <sup>2</sup> ] |
|  | $\Sigma v = -495$                | [ugp]               |
| Pocet neznomych parametrov.....                                  | = 10910                          |                     |
| Pocet nameranych prevyseni.....                                  | = 22273                          |                     |
| Pocet nadbytocnych merani.....                                   | = 11363                          |                     |
| Vahy merania v zavislosti na dlzke oddielu....                   | = R                              |                     |
| Prevod na geopotencialny rozdiel .....                           | = <b>zavedeny</b>                |                     |
| Hladina vyznamnosti .....  | $\alpha = 90.0$                  |                     |
| (1- $\alpha/2$ )-kvantil norm. rozdelenia.....t(1- $\alpha/2$ )= | 2.0                              |                     |
| Pocet uzlovych bodov.....  | = 97                             |                     |
| Pocet pripojovacich bodov.....                                   | = 37                             |                     |
| Pocet novych (urcovanych)uzlovych bodov.....                     | = 60                             |                     |
| Pocet usekov nivelacnej siete.....                               | = 68                             |                     |

V Tab. 8 sú štatistické údaje z hlavičky protokolu vyrovnania prvého variantu.

V súčasnosti pokračujú práce na prepočte výšok z Bpv do Ams na niveláčnych ťahoch 2. rádu, ktoré sú novo merané, ale aj na ťahoch, ktoré sú z posledných niveláčnych meraní III. rádu ČSJSNS, iba preberáme.

## 6 Záver

Body geodetických základov pripojené do niveláčnych ťahov 1. a 2. rádu ŠNS tvoria fyzickú realizáciu záväzných výškových systémoch a slúžia ako referenčné body pre všetky práce, ktoré vyžadujú realizáciu v normálnych nadmorských výškach. Vďaka výpočtovým prostriedkom mohlo byť vykonané súborné vyrovnanie všetkých nových niveláčnych meraní (cez 22000 meraní), vďaka čomu dosahujeme vysokú homogenitu siete a každý referenčný bod je poskytovaný so svojou charakteristikou presnosti.

Tab. 8

P R O T O K O L V Y R O V N A N I A N I V E L A C N E J S I E T E .

|                 |                                       |
|-----------------|---------------------------------------|
| Oznacenie etapy | :SNS 1996-2001                        |
| nazov etapy     | :Suborne vyrovnanie 1.rad - Am system |
| den             | :0                                    |
| mesiac          | :0                                    |

|  |                       |                    |         |
|--|-----------------------|--------------------|---------|
| rok  | :2002                 |                    |         |
| pocet skupin realizacii                        | :70                   |                    |         |
| Zdroj ulohy                                    | :AM_1.ULH             | 11/01/2007         | 15:00   |
| Struktura siete                                | :D:\1997\GM\gm.fns    | 18/05/2006         | 11:11   |
| Body siete                                     | :D:\1997\GM\gm.FNB    | 12/01/2007         | 11:01   |
| Namerane udaje                                 | :AB.FNR               | 11/01/2007         | 11:32   |
| Odhad smerodajnej odchylky ulohy.....          | $\sigma = 0.51$       | [mm]               | na 1 km |
|  | $\Sigma pvv = 2947.8$ | [mm <sup>2</sup> ] |         |
|  | $\Sigma v = -588$     | [mm]               |         |
| Pocet neznanych parametrov.....                | = 10910               |                    |         |
| Pocet nameranych prevyseni.....                | = 22273               |                    |         |
| Pocet kritickych merani a omylov.....          | = 0                   |                    |         |
| Pocet nadbytocnych merani.....                 | = 11363               |                    |         |
| Vahy merania v zavislosti na dlzke oddielu.... | = R                   |                    |         |
| Disperzia merania a pomer.....                 | = <b>znamy</b>        |                    |         |
| Oprava z redukcie tiaze Cq zavedena.....       | = a                   |                    |         |
| Hladina vyznamnosti .....                      | $\alpha = 97.72$      |                    |         |
| (1- $\alpha/2$ )-kvantil norm. rozdelenia..... | $t(1-\alpha/2) = 2.0$ |                    |         |
| Pocet uzlovych bodov.....                      | = 84                  |                    |         |
| Pocet pripojovacich bodov.....                 | = 37                  |                    |         |
| Pocet novych (urcovanych)uzlovych bodov.....   | = 47                  |                    |         |
| Pocet tahov nivelacnej siete.....              | = 68                  |                    |         |

V súčasnosti vieme len nivelačnými meraniami zabezpečiť presný referenčný základ pre určovanie normálnych výšok. Presné nivelačné merania v ŠNS umožňujú ďalšie spresňovanie modelov tvorených pre prevod výšok určených pomocou globálnych navigačných satelitných systémov (GNSS). Týmto je možné technológie GNSS využiť aj na výškové merania v presnosti technických nivelácií.

## Referencie

- [1] Marek, J., Nejedlý, A., Priam, Š.: Geodetické základy historický prehľad, SSGK, GKU, Bratislava 2006,
- [2] Kapitoly z histórie geodézie v Československu, edícia VÚGK v Bratislave, Bratislava 1988,
- [3] Vanko J., Zdokonaľovanie geodetických základov – ČSJNS /Výskumná správa č.113/1981/, VÚGK Bratislava 1981,
- [4] Smernice na spravovanie geodetických základov, ÚGKK SR, Bratislava 2006